TÄGLICHE ÜBUNGEN

DIFFERENTIALRECHNUNG

Aufgaben mit Kurzanleitung

Die sogenannten „Täglichen Übungen“ sollten grundlegender Bestandteil des Mathematikunterrichts sein.

Die ersten vier Aufgaben sind elementar und einfach gehalten.
Die Aufgaben 5 bis 8 können als vertiefend betrachtet werden.
Unter den Aufgabenstellungen sind Kurzanleitungen angegeben.
Alle Aufgaben innerhalb einer Übung lösen zu lassen, dürfte für die meisten Schüler eine Überforderung sein.

Anzustreben ist, dass alle Schüler die Aufgaben 5 bis 8 bearbeiten.
Die Verwendung von Hilfsmitteln muss situativ entschieden werden. Grundsätzlich sind alle Aufgaben nur durch Kopfrechnen lösbar.
Auf der Seite 2 sind die Lösungen angegeben.

Grundlage dieser Übungsvorschläge ist die Arbeit von Heike Krüger und ihrem Betreuer Dr. Eugen Reibis von der Pädagogischen Hochschule Potsdam, jetzt Universität Potsdam, veröffentlicht in Heftform im Jahr 1982.

Ralf Benzmann

2024

Inhaltsverzeichnis

Name: ____ Datum: ________________________

1. ABLEITUNG VON POTENZFUNKTIONEN MIT NATÜRLICHEM EXPONENTEN (ÜBUNG 1 VON 2)

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = 3x$	$f'(x)$	
2.	$f(x) = -4x$	$f'(x)$	
3.	$f(x) = x^3$	$f'(x)$	
4.	$f(x) = 2x^4$	$f'(x)$	
5.	$f(x) = \frac{7}{4}x^4$	$f'(x)$	
6.	$f(x) = -\frac{1}{2}x^2$	$f'(x)$	
7.	$f(x) = \frac{3}{4}x^6$	$f'(x)$	
8.	$f(x) = -\frac{7}{10}x^5$	$f'(x)$	

Anleitungen:

$f(x) = 7x = 7x^1$, dann ist $f'(x) = 7 \cdot 1 \cdot x^0 = 7$, da $x^0 = 1$ ist.

$f(x) = \frac{4}{9}x^3$, dann ist $f'(x) = \frac{4}{9} \cdot 3 \cdot x^2$, kürzen von 3 und 9 liefert $f'(x) = \frac{4}{3}x^2$.

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = 3$
2.	$f'(x) = -4$
3.	$f'(x) = 3x^2$
4.	$f'(x) = 8x^3$
5.	$f'(x) = 7x^3$
6.	$f'(x) = -x$
7.	$f'(x) = \frac{9}{2}x^5$
8.	$f'(x) = -\frac{7}{2}x^4$

Name: ____ Datum: _______________________

2. ABLEITUNG VON POTENZFUNKTIONEN MIT NATÜRLICHEM EXPONENTEN (ÜBUNG 2 VON 2)

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = -\,1{,}5x$	$f'(x)$	
2.	$f(x) = 0{,}75x$	$f'(x)$	
3.	$f(x) = x^5$	$f'(x)$	
4.	$f(x) = -\,1{,}5x^6$	$f'(x)$	
5.	$f(x) = -\frac{5}{4}x^8$	$f'(x)$	
6.	$f(x) = \frac{3}{8}x^4$	$f'(x)$	
7.	$f(x) = \frac{9}{25}x^5$	$f'(x)$	
8.	$f(x) = -\frac{7}{49}x^7$	$f'(x)$	

Anleitungen:

$f(x) = 7x = 7x^1$, dann ist $f'(x) = 7 \cdot 1 \cdot x^0 = 7$, da $x^0 = 1$ ist.

$f(x) = \frac{4}{9}x^3$, dann ist $f'(x) = \frac{4}{9} \cdot 3 \cdot x^2$, kürzen von 3 und 9 liefert $f'(x) = \frac{4}{3}x^2$.

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = -1{,}5$
2.	$f'(x) = 0{,}75$
3.	$f'(x) = 5x^4$
4.	$f'(x) = -9x^5$
5.	$f'(x) = -10x^7$
6.	$f'(x) = \frac{3}{2}x^3$
7.	$f'(x) = \frac{9}{5}x^4$
8.	$f'(x) = -x^6$

Name: ____ Datum: ________________________

3. ABLEITUNG VON SUMMEN VON POTENZFUNKTIONEN MIT NATÜRLICHEM EXPONENTEN (ÜBUNG 1 VON 2)

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = x - x^2$	$f'(x)$	
2.	$f(x) = -4x + x^3$	$f'(x)$	
3.	$f(x) = x^3 - x^2$	$f'(x)$	
4.	$f(x) = 2x^4 + 17x$	$f'(x)$	
5.	$f(x) = \frac{7}{4}x^4 - 3x^3 - 2x - 5$	$f'(x)$	
6.	$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x^3 - 2x^4 + 7x^5$	$f'(x)$	
7.	$f(x) = \frac{3}{4}x^6 - \frac{3}{5}x^5 + 5x^4 - 12$	$f'(x)$	
8.	$f(x) = -\frac{7}{10}x^5 + \frac{7}{8}x^4 - \frac{4}{9}x^3$	$f'(x)$	

Anleitungen:

$f(x) = 4x^6 - 3x^7$, dann ist $f'(x) = 4 \cdot 6 \cdot x^5 - 3 \cdot 7 \cdot x^6 = 24x^5 - 21x^6$.

$f(x) = \frac{3}{8}x^4 - \frac{1}{4}x^5$, dann ist $f'(x) = \frac{3}{8} \cdot 4 \cdot x^3 - \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot x^4 = \frac{3}{2}x^3 - \frac{5}{4}x^4$.

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = -2x + 1$
2.	$f'(x) = 3x^2 - 4$
3.	$f'(x) = 3x^2 - 2x$
4.	$f'(x) = 8x^3 + 17$
5.	$f'(x) = 7x^3 - 9x^2 - 2$
6.	$f'(x) = 35x^4 - 8x^3 + 3x^2 - x$
7.	$f'(x) = \frac{9}{2}x^5 - 3x^4 + 20x^3$
8.	$f'(x) = -\frac{7}{2}x^4 + \frac{7}{2}x^3 - \frac{4}{3}x^2$

Name: ____ Datum: ________________________

4. ABLEITUNG VON SUMMEN VON POTENZFUNKTIONEN MIT NATÜRLICHEM EXPONENTEN (ÜBUNG 2 VON 2)

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = 3x - 2x^2$	$f'(x)$	
2.	$f(x) = -4x^3 + 4x^2$	$f'(x)$	
3.	$f(x) = 4x^5 - 12x^4$	$f'(x)$	
4.	$f(x) = 2x^4 + 17x^3$	$f'(x)$	
5.	$f(x) = \frac{7}{5}x^5 - 4x^3 - 2x^2 - 5x$	$f'(x)$	
6.	$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^4 - 2x^5 + 7x^6$	$f'(x)$	
7.	$f(x) = \frac{3}{8}x^6 - \frac{3}{10}x^5 + 5x^4 - 56$	$f'(x)$	
8.	$f(x) = -\frac{7}{20}x^5 + \frac{7}{16}x^4 - \frac{4}{9}x^3$	$f'(x)$	

Anleitungen:

$f(x) = 4x^6 - 3x^7$, dann ist $f'(x) = 4 \cdot 6 \cdot x^5 - 3 \cdot 7 \cdot x^6 = 24x^5 - 21x^6$.

$f(x) = \frac{3}{8}x^4 - \frac{1}{4}x^5$, dann ist $f'(x) = \frac{3}{8} \cdot 4 \cdot x^3 - \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot x^4 = \frac{3}{2}x^3 - \frac{5}{4}x^4$.

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = 3 - 4x$
2.	$f'(x) = 8x - 12x^2$
3.	$f'(x) = 20x^4 - 48x^3$
4.	$f'(x) = 8x^3 + 51x^2$
5.	$f'(x) = 7x^4 - 12x^2 - 4x - 5$
6.	$f'(x) = 42x^5 - 10x^4 + 4x^3 - x^2$
7.	$f'(x) = \frac{9}{4}x^5 - \frac{3}{2}x^4 + 20x^3$
8.	$f'(x) = -\frac{7}{4}x^4 + \frac{7}{4}x^3 - \frac{4}{3}x^2$

Name: ______________________________ Datum: ____________________

5. ABLEITUNG VON POTENZFUNKTIONEN MIT GANZZAHLIGEM EXPONENTEN

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = x^{-1}$	$f'(x)$	
2.	$f(x) = -2x^{-1}$	$f'(x)$	
3.	$f(x) = x^{-3}$	$f'(x)$	
4.	$f(x) = 2x^{-4}$	$f'(x)$	
5.	$f(x) = \frac{7}{4}x^{-4}$	$f'(x)$	
6.	$f(x) = -\frac{1}{2}x^{-2}$	$f'(x)$	
7.	$f(x) = \frac{3}{2}x^{-6}$	$f'(x)$	
8.	$f(x) = -\frac{7}{10}x^{-5}$	$f'(x)$	

Anleitungen:

$f(x) = -3x^{-5}$, dann ist $f'(x) = (-3) \cdot (-5) \cdot x^{-6} = 15x^{-6} = \frac{15}{x^6}$.

$f(x) = \frac{7}{12}x^{-4}$, dann ist $f'(x) = \frac{7}{12} \cdot (-4) \cdot x^{-5} = -\frac{7}{3}x^{-5} = -\frac{7}{3x^5}$.

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$
2.	$f'(x) = 2x^{-2} = \frac{2}{x^2}$
3.	$f'(x) = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$
4.	$f'(x) = -8x^{-5} = -\frac{8}{x^5}$
5.	$f'(x) = -7x^{-5} = -\frac{7}{x^5}$
6.	$f'(x) = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$
7.	$f'(x) = -9x^{-7} = -\frac{9}{x^7}$
8.	$f'(x) = \frac{7}{2}x^{-6} = \frac{7}{2x^6}$

Name: ______________________________ Datum: ____________________

6. ABLEITUNG VON POTENZFUNKTIONEN MIT GEBROCHENEM EXPONENTEN

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = x^{\frac{1}{2}}$	$f'(x)$	
2.	$f(x) = 2x^{\frac{1}{2}}$	$f'(x)$	
3.	$f(x) = -2x^{\frac{1}{2}}$	$f'(x)$	
4.	$f(x) = -2x^{-\frac{1}{2}}$	$f'(x)$	
5.	$f(x) = \frac{7}{4}x^{\frac{4}{3}}$	$f'(x)$	
6.	$f(x) = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}$	$f'(x)$	
7.	$f(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{7}{6}}$	$f'(x)$	
8.	$f(x) = -\frac{7}{10}x^{\frac{5}{3}}$	$f'(x)$	

Anleitung:

$f(x) = \frac{4}{3}x^{\frac{5}{4}}$, dann ist $f'(x) = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot x^{\frac{1}{4}} = \frac{5}{3}x^{\frac{1}{4}}$.

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
2.	$f'(x) = x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$
3.	$f'(x) = -x^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{x}}$
4.	$f(x) = x^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$
5.	$f'(x) = \frac{7}{3}x^{\frac{1}{3}} = \frac{7}{3}\sqrt[3]{x}$
6.	$f'(x) = 2x^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{x}$
7.	$f'(x) = \frac{7}{4}x^{\frac{1}{6}} = \frac{7}{4}\sqrt[6]{x}$
8.	$f'(x) = -\frac{7}{6}x^{\frac{2}{3}} = -\frac{7}{6}\sqrt[3]{x^2}$

Name: ____ Datum: ________________________

7. ABLEITUNGEN HÖHERER ORDNUNG (ÜBUNG 1 VON 2)

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = 5x$	$f'(x), f''(x)$	
2.	$f(x) = -7x^2$	$f'(x), f''(x)$	
3.	$f(x) = 4x^3$	$f'(x), f''(x)$	
4.	$f(x) = -4x^7$	$f'(x), f''(x)$	
5.	$f(x) = 7x^4 - 3x^3$	$f'(x), f''(x)$	
6.	$f(x) = -4x^3 - 12x^6$	$f'(x), f''(x)$	
7.	$f(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{4}{5}x^5$	$f'(x), f''(x)$	
8.	$f(x) = -\frac{7}{10}x^5 - \frac{11}{16}x^8$	$f'(x), f''(x)$	

Anleitung:

$f(x) = 12x^3 - 13x^4$, dann ist $f'(x) = 12 \cdot 3 \cdot x^2 - 13 \cdot 4 \cdot x^3 = 36x^2 - 52x^3$

$$f''(x) = 36 \cdot 2 \cdot x - 52 \cdot 3 \cdot x^2 = 72x - 156x^2$$

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = 5$	$f''(x) = 0$
2.	$f'(x) = -14x$	$f''(x) = -14$
3.	$f'(x) = 12x^2$	$f''(x) = 24x$
4.	$f'(x) = -28x^6$	$f''(x) = -168x^5$
5.	$f'(x) = 28x^3 - 9x^2$	$f''(x) = 84x^2 - 18x$
6.	$f'(x) = -72x^5 - 12x^2$	$f''(x) = -360x^4 - 24x$
7.	$f'(x) = 3x^3 - 4x^4$	$f''(x) = 9x^2 - 16x^3$
8.	$f'(x) = -\frac{11}{2}x^7 - \frac{7}{2}x^4$	$f''(x) = -\frac{77}{2}x^6 - \frac{14}{2}x^3$

Name: ______________________________ Datum: ____________________

8. ABLEITUNGEN HÖHERER ORDNUNG (ÜBUNG 2 VON 2)

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = 2x^2 + 4x^3$	$f'(x), f''(x)$	
2.	$f(x) = -6x^3 + x^{-2}$	$f'(x), f''(x)$	
3.	$f(x) = 4x^3 - x^{-1}$	$f'(x), f''(x)$	
4.	$f(x) = -13x^7 - 2x^{-3}$	$f'(x), f''(x)$	
5.	$f(x) = \frac{7}{8}x^4 - \frac{5}{6}x^3$	$f'(x), f''(x)$	
6.	$f(x) = \frac{7}{8}x^4 - \frac{5}{6}x^{-3}$	$f'(x), f''(x)$	
7.	$f(x) = \frac{3}{4}x^{-4} - \frac{4}{5}x^{-5}$	$f'(x), f''(x)$	
8.	$f(x) = -\frac{7}{10}x^5 - \frac{11}{16}x^{-8}$	$f'(x), f''(x)$	

Anleitung

$$f(x) = -4x^3 + 6x^{-4}, f'(x) = -4 \cdot 3 \cdot x^2 + 6 \cdot (-4) \cdot x^{-5} = -12x^2 - 24x^{-5}$$

$$f''(x) = -12 \cdot 2 \cdot x - 24 \cdot (-5) \cdot x^{-6} = -24x + 120x^{-6}$$

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = 12x^2 + 4x$	$f''(x) = 24x + 4$
2.	$f'(x) = -18x^2 - \frac{2}{x^3}$	$f''(x) = -36x + \frac{6}{x^4}$
3.	$f'(x) = 12x^2 + \frac{1}{x^2}$	$f''(x) = 24x - \frac{2}{x^3}$
4.	$f'(x) = -91x^6 + \frac{6}{x^4}$	$f''(x) = -546x^5 - \frac{24}{x^5}$
5.	$f'(x) = \frac{7}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2$	$f''(x) = \frac{21}{2}x^2 - 5x$
6.	$f'(x) = \frac{7}{2}x^3 + \frac{5}{2x^4}$	$f''(x) = \frac{21}{2}x^2 - \frac{10}{x^5}$
7.	$f'(x) = -\frac{3}{x^5} + \frac{4}{x^6}$	$f''(x) = \frac{15}{x^6} - \frac{24}{x^7}$
8.	$f'(x) = -\frac{7}{2}x^4 + \frac{11}{2x^9}$	$f''(x) = -14x^3 - \frac{99}{2x^{10}}$

Name: ____ Datum: ________________________

9. ANSTIEG AN EINER STELLE BERECHNEN (ÜBUNG 1 VON 2)

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = 3x$	$f'(1)$	
2.	$f(x) = -3x$	$f'(-1)$	
3.	$f(x) = x^3$	$f'(-2)$	
4.	$f(x) = 3x^4$	$f'(2)$	
5.	$f(x) = \frac{7}{8}x^4$	$f'(2)$	
6.	$f(x) = -\frac{1}{4}x^2$	$f'(-2)$	
7.	$f(x) = \frac{5}{4}x^6$	$f'(-1)$	
8.	$f(x) = -\frac{9}{15}x^5$	$f'(3)$	

Anleitung:

$f(x) = -8x^3$ und $f'(2)$, dann ist $f'(x) = -24x^2$ und $f'(2) = -24 \cdot 2^2 = -96$.

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = 3$	$f'(1) = 3$
2.	$f'(x) = -3$	$f'(-1) = -3$
3.	$f'(x) = 3x^2$	$f'(-2) = 12$
4.	$f'(x) = 12x^3$	$f'(2) = 96$
5.	$f'(x) = \frac{7}{2}x^3$	$f'(2) = 28$
6.	$f'(x) = -\frac{1}{2}x$	$f'(-2) = 1$
7.	$f'(x) = \frac{15}{2}x^5$	$f'(-1) = -\frac{15}{2}$
8.	$f'(x) = -3x^4$	$f'(3) = -243$

Name: ____ Datum: ________________________

10. ANSTIEG AN EINER STELLE BERECHNEN (ÜBUNG 2 VON 2)

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = -1{,}5x^2$	$f'(-1{,}5)$	
2.	$f(x) = 0{,}75x^2$	$f'(-1.5)$	
3.	$f(x) = 2x^4$	$f'(-3)$	
4.	$f(x) = -2{,}5x^4$	$f'(2)$	
5.	$f(x) = -\frac{5}{12}x^4$	$f'(3)$	
6.	$f(x) = \frac{3}{8}x^5$	$f'(2)$	
7.	$f(x) = -\frac{11}{25}x^5$	$f'(5)$	
8.	$f(x) = -\frac{5}{18}x^6$	$f'(-3)$	

Anleitung:

$f(x) = \frac{3}{8}x^4$ und $f'(-2)$, dann ist $f'(x) = \frac{3}{8} \cdot 4 \cdot x^3 = \frac{3}{2}x^3$ und $f'(-2) = \frac{3}{2} \cdot (-2)^3 = \frac{3}{2} \cdot (-8) = -12.$

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = -3x$	$f'(-1{,}5) = 4{,}5$
2.	$f'(x) = 1{,}5x$	$f'(-1{,}5) = -2{,}25$
3.	$f'(x) = 8x^3$	$f'(-3) = -216$
4.	$f'(x) = -10x^3$	$f'(2) = -80$
5.	$f'(x) = -\frac{5}{3}x^3$	$f'(3) = -45$
6.	$f'(x) = \frac{15}{8}x^4$	$f'(2) = 30$
7.	$f'(x) = -\frac{11}{5}x^4$	$f'(5) = -1375$
8.	$f'(x) = -\frac{5}{3}x^5$	$f'(-3) = 405$

Name: ____ Datum: ________________________

11. BERECHNEN LOKALER EXTREMSTELLEN

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f'(x) = 3x - 3$	x_E	
2.	$f'(x) = -4x + 8$	x_E	
3.	$f(x) = x^2 + 2x + 2$	$f'(x), x_E$	
4.	$f(x) = -x^2 + 4x - 15$	$f'(x), x_E$	
5.	$f'(x) = x^2 - 14x$	x_E	
6.	$f'(x) = x^2 + 5x + 6$	x_E	
7.	$f(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{2}x^3$	$f'(x), x_E$	
8.	$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 25$	$f'(x), x_E$	

Anleitung:

$f(x) = x^2 + x - 6$, dann ist $f'(x) = 2x + 1$ und $0 = 2x + 1$ mit der Lösung $x = -\frac{1}{2}$.

LÖSUNGEN

1.		$x_E = 1$
2.		$x_E = 2$
3.	$f'(x) = 2x + 2$	$x_E = -1$
4.	$f'(x) = -2x + 4$	$x_E = 2$
5.		$x_{E_1} = 0, x_{E_2} = 14$
6.		$x_{E_1} = -3, x_{E_2} = -2$
7.	$f'(x) = \frac{4}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2$	$x_{E_1} = x_{E_2} = 0, x_{E_3} = \frac{9}{8}$
8.	$f'(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$	$x_{E_1} = -1, x_{E_2} = 0, x_{E_3} = 3$
9.	$f'(x) = x^2 - 2\sqrt{5}x + 5$	$x_{E_1} = x_{E_2} = \sqrt{5}$
10.	$f'(x) = x^3 + x^2 + 12x$	$x_{E_1} = 0$

Name: ____ Datum: ________________________

12. BESTIMMUNG DER KOORDINATEN DES EXTREMPUNKTES

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = 2x - x^2,\ x_E = 3$	y_E	
2.	$f(x) = -4x + 2x^3,\ x_E = -1$	y_E	
3.	$f(x) = x^3 - \frac{1}{3}x^2,\ x_E = 2$	y_E	
4.	$f(x) = 2x^4 - 12x,\ x_E = -2$	y_E	
5.	$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 4x + 7$	$x_E;\ y_E$	
6.	$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$	$x_E;\ y_E$	
7.	$f(x) = -4x^2 - 4x + 7$	$x_E;\ y_E$	
8.	$f(x) = -\frac{7}{4}x^2 + \frac{7}{8}x - 21$	$x_E;\ y_E$	

Anleitungen:

$f(x) = x^2 + 2x,\ x_E = 4$, dann ist $y_E = f(4) = 4^2 + 2 \cdot 4 = 24$.

$f(x) = -2x^2 + 4x + 1$, dann ist $f'(x) = -4x + 4$ und $0 = -4x + 4$ hat die Lösung 1.

$$y_E = f(1) = -2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 + 1 = 3$$

LÖSUNGEN

1.			$y_E = -3$
2.			$y_E = 2$
3.			$y_E = \frac{20}{3}$
4.			$y_E = 56$
5.	$f'(x) = \frac{1}{2}x - 4$	$x_E = 8$	$y_E = -9$
6.	$f'(x) = -x + 2$	$x_E = 2$	$y_E = 5$
7.	$f'(x) = -8x - 4$	$x_E = -\frac{1}{2}$	$y_E = 8$
8.	$f'(x) = -\frac{7}{2}x + \frac{7}{8}$	$x_E = \frac{1}{4}$	$y_E = -\frac{1337}{64}$

Name: ______________________________ Datum: ____________________

13. BERECHNEN VON WENDESTELLEN

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f''(x) = 4x - 2$	x_w	
2.	$f''(x) = -\frac{5}{2}x + 8$	x_w	
3.	$f''(x) = x^2 + 2x - 8$	x_w	
4.	$f''(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$	x_w	
5.	$f'(x) = 2x^2 + 20x$	$f''(x),\ x_w$	
6.	$f'(x) = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$	$f''(x),\ x_w$	
7.	$f'(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x^2$	$f''(x), x_w$	
8.	$f(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 - 3x^2 + 5x$	$f''(x), x_w$	

Anleitung:

$f(x) = x^3 - 3x^2$, dann ist $f'(x) = 3x^2 - 6x$ und $f''(x) = 6x - 6$.

Die Gleichung $0 = 6x - 6$ hat die Lösung $x_w = 1$.

LÖSUNGEN

1.		$x_w = \frac{1}{2}$
2.		$x_w = \frac{16}{5}$
3.		$x_{w_1} = -4,\ x_{w_2} = 2$
4.		$x_{w_1} = 0,\ x_{w_2} = 1,\ x_{w_3} = -3$
5.	$f''(x) = 4x + 20$	$x_w = -5$
6.	$f''(x) = -2x + \frac{3}{2}$	$x_w = \frac{3}{4}$
7.	$f''(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{3}x$	$x_{w_1} = 0,\ x_{w_2} = \frac{4}{9}$
8.	$f''(x) = x^2 + 6x - 6$	$x_{w_1} = -\sqrt{15} - 3, x_{w_2} = \sqrt{15} - 3$

Name: ____ Datum: ________________________

14. BILDEN VON VERKETTETEN FUNKTIONEN

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$u(x) = x^2,\ v(x) = x + 2$	$u(v(x))$	
2.	$u(x) = x^2,\ v(x) = x + 2$	$v(u(x))$	
3.	$u(x) = x + 2,\ v(x) = \sqrt{x}$	$u(v(x))$	
4.	$u(x) = x + 2,\ v(x) = \sqrt{x}$	$v(u(x))$	
5.	$u(x) = (x-1)^2,\ v(x) = x + 1$	$u(v(x))$	
6.	$u(x) = (x-1)^2,\ v(x) = x + 1$	$v(u(x))$	
7.	$u(x) = 1 - x^2,\ v(x) = (1-x)^2$	$u(v(x))$	
8.	$u(x) = 1 - x^2,\ v(x) = (1-x)^2$	$v(u(x))$	

Anleitung:

$u(x) = x^3$ und $v(x) = x - 2$, dann ist $u(v(x)) = (x-2)^3$ und $v(u(x)) = x^3 - 2$.

LÖSUNGEN

1.	$u(v(x)) = (x+2)^2$
2.	$v(u(x) = x^2 + 2$
3.	$u(v(x)) = \sqrt{x} + 2$
4.	$v(u(x)) = \sqrt{x+2}$
5.	$u(v(x)) = x^2$
6.	$v(u(x)) = x^2 - 2x + 2$
7.	$u(v(x)) = -x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 4x$
8.	$v(u(x)) = x^4$

Name: ______________________________ Datum: ____________________

15. ABLEITEN VON EXPONENTIALFUNKTIONEN

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = e^{2x}$	$f'(x)$	
2.	$f(x) = e^{-3x}$	$f'(x)$	
3.	$f(x) = e^{4x}$	$f'(x)$	
4.	$f(x) = -e^{-2x}$	$f'(x)$	
5.	$f(x) = 2x + e^{3x}$	$f'(x)$	
6.	$f(x) = x^3 + 0{,}4e^{2x}$	$f'(x)$	
7.	$f(x) = 5e^{-4x+2}$	$f'(x),\ f''(x)$	
8.	$f(x) = 3x^2 - \frac{1}{3}e^{-3x}$	$f'(x),\ f''(x)$	

Anleitungen:

$f(x) = 7x^2 + e^{-6x}$, dann ist $f'(x) = 14x - 6e^{-6x}$ und
$f''(x) = 14 - 6 \cdot (-6)e^{-6x} = 14 + 36e^{-6x}$

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = 2e^{2x}$	
2.	$f'(x) = -3e^{-3x}$	
3.	$f'(x) = 4e^{4x}$	
4.	$f'(x) = 2e^{-2x}$	
5.	$f'(x) = 3e^{3x} + 2$	
6.	$f'(x) = 0{,}8e^{2x} + 3x^2$	
7.	$f'(x) = -20e^{-4x+2}$	$f''(x) = 80e^{-4x+2}$
8.	$f'(x) = e^{-3x} + 6x$	$f''(x) = 6 - 3e^{-3x}$

Name: ____ Datum: ________________________

16. ABLEITEN VON NATÜRLICHEN LOGARITHMUSFUNKTIONEN

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = \ln(x)$	$f'(x)$	
2.	$f(x) = 3\ln(x)$	$f'(x)$	
3.	$f(x) = \ln(4x)$	$f'(x)$	
4.	$f(x) = -4\ln(0{,}5x)$	$f'(x)$	
5.	$f(x) = \ln(2x-1)$	$f'(x)$	
6.	$f(x) = x + \ln(-2x)$	$f'(x)$	
7.	$f(x) = 6x + \ln(4x)$	$f'(x),\ f''(x)$	
8.	$f(x) = 3x^2 - \frac{1}{3}\ln(3x)$	$f'(x),\ f''(x)$	

Anleitungen:

$f(x) = 7x^3 + 4\ln(8x)$, dann ist $f'(x) = 21x^2 + 4 \cdot \frac{1}{8x} \cdot 8 = 21x^2 + \frac{4}{x} = 21x^2 + 4x^{-1}$

und $f''(x) = 42x + 4 \cdot (-1) \cdot x^{-2} = 42x - \frac{4}{x^2}$

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = \frac{1}{x}$	
2.	$f'(x) = \frac{3}{x}$	
3.	$f'(x) = \frac{1}{x}$	
4.	$f'(x) = -\frac{4}{x}$	
5.	$f'(x) = \frac{2}{2x-1}$	
6.	$f'(x) = \frac{1}{x} + 1$	
7.	$f'(x) = \frac{1}{x} + 6$	$f''(x) = -\frac{1}{x^2}$
8.	$f'(x) = 6x - \frac{1}{3x}$	$f''(x) = 6 + \frac{1}{3x^2}$

Name: ______________________________ Datum: ____________________

17. ANWENDEN DER PRODUKTREGEL

Nr.	gegeben	gesucht	Ergebnis
1.	$f(x) = x \cdot e^x$	$f'(x)$	
2.	$f(x) = x \cdot e^{3x}$	$f'(x)$	
3.	$f(x) = 3x \cdot e^x$	$f'(x)$	
4.	$f(x) = -3x \cdot e^{4x}$	$f'(x)$	
5.	$f(x) = x \cdot \ln(x)$	$f'(x)$	
6.	$f(x) = x \cdot \ln(3x)$	$f'(x)$	
7.	$f(x) = 6x \cdot e^{-2x}$	$f'(x),\ f''(x)$	
8.	$f(x) = -5x \cdot \ln(3x)$	$f'(x),\ f''(x)$	

Anleitungen:

$f(x) = 2x \cdot e^{7x}$, dann ist $f'(x) = 2 \cdot e^{7x} + 2x \cdot 7e^{7x} = 2 \cdot e^{7x} + 14x \cdot e^{7x} = (2 + 14x) \cdot e^{7x}$

$f(x) = -2x \cdot \ln(5x)$, dann ist $f'(x) = -2 \cdot \ln(5x) - 2x \cdot 5 \cdot \frac{1}{5x} = -2 \cdot \ln(5x) - 2$

LÖSUNGEN

1.	$f'(x) = e^x + x \cdot e^x = (1 + x) \cdot e^x$	
2.	$f'(x) = 3x \cdot e^{3x} + e^{3x} = (3x + 1) \cdot e^{3x}$	
3.	$f'(x) = (3x + 3) \cdot e^x$	
4.	$f'(x) = (-12x - 3) \cdot e^{4x}$	
5.	$f'(x) = \ln(x) + 1$	
6.	$f'(x) = \ln(3x) + 1$	
7.	$f'(x) = (6 - 12x) \cdot e^{-2x}$	$f''(x) = (24x - 24) \cdot e^{-2x}$
8.	$f'(x) = -5\ln(3x)$	$f''(x) = -\frac{5}{x}$